

שידוכים יציבים

תמר בר-און

בעיה (בעיית השידוכים)

בבעיית השידוכים הבסיסית נתונות שתי קבוצות. קבוצה M בעלת n איברים שנתייחס אליה כקבוצת הגברים וקבוצה W בעלת n איברים שנתייחס אליה כקבוצת הנשים. בנוסף, לכל $m \in M$ יש דירוג העדפות על W ולכל $w \in W$ יש דירוג העדפות על M . עבור $m \in M$ ו $w_1, w_2 \in W$, נסמן

$$w_1 <^m w_2$$

אם בדירוג העדפות המיוחס ל m מתקיים כי w_2 עדיף על w_1 . המטרה בבעיית העדפות היא למצוא "שידוך יציב" - אלגוריתם שמשדך בין הגברים לנשים באופן כזה שכולם יסכימו להקשיב לאלגוריתם, ולא יהיה להם אינטרס להפר אותו.

בארה"ב (כמו בארץ) סטודנטים לרפואה צריכים לעשות סטז' בסוף הלימודים שלהם. לכל סטודנט יש העדפה באיזה בית חולים לעשות את הסטז' (כתלות ביוקרת בית החולים, קרבה למקום מגורים וכו') ולכל בית חולים יש את העדפה איזה סטז'רים לקבל. באמצע שנות ה 20 המצב היה שהיתה תחרות גדולה בין בתי החולים על הסטודנטים המוצלחים יותר מה שהביא לכך שהראיונות מטעם בית החולים הוקדמו לתחילת השנה השלישית של לימודי הרפואה. מצב זה לא היה אידיאלי והוחלט ב 1951 למסד את התהליך והוחלט לעשות ימי ראיונות שלאחריהן יאספו את הנתונים של העדפות הן של בתי החולים והן של הסטודנטים. הנתונים שנאספו הוכנסו לאלגוריתם שהיה צריך לשבץ סטודנטים לבתי חולים ככה שכולם יהיו מרוצים.

שאלות טבעיות שיש לשאול

- 1 איך בדיוק להגדיר "כולם מרוצים" ?
- 2 האם קיים בכלל שיבוץ כזה?
- 3 האם הוא יחיד?
- 4 אם כן, איך מוצאים אותו?
- 5 אם הוא לא יחיד- האם יש דרך להשוות בין אלגוריתמים שונים, והאם יש אלגוריתם "מוצלח" יותר מבחינות מסויימות?
- 6 האם הצהרה שקרית על סדר העדפות שלך יכולה להשיג לך תוצאות טובות יותר (מבחינתך). למשל האם בית חולים שידרג את המועדים בצורה שאינה תואמת את העדפותיו האמיתיות יכול "לעבוד" על האלגוריתם (במידה וקיים) כך שבסוף הוא כן יקבל העדפה יותר גבוהה שלו?

נעבור להגדרות פורמליות

מה זה שידוך יציב? הגדרה: שידוך הוא פונקציה חח"ע ועל $f: M \rightarrow W$.
עבור שידוך f נסמן

$$w - m$$

אם $f(m) = w$.
הגדרה: זוג שמערער על השידוך הוא w, m כך ש

$$w - m_1, w_1 - m$$

ומתקיים כי $w_1 <^m w$ ו $m_1 <^w m$.
כלומר w, m יעדיפו להפרד מהשידוך שלהם בשביל להשתדך.
הגדרה: שידוך יציב הוא שידוך שאין בו זוג מערער.

דוגמא

בטבלא W כל שורה מייצגת את העדפות של w_i ובטבלא M כל שורה מייצגת את העדפות של m_i

W	m_1	m_2	m_3		M	w_1	w_2	w_3
w_1	1	2	3	,	m_1	1	3	2
w_2	2	3	1		m_2	3	2	1
w_3	2	1	3		m_3	1	2	3

אזי השידוך

$$w_1 - m_1, w_2 - m_2, w_3 - m_3$$

אינו שידוך יציב כי w_2, m_3 מערערים עליו. לעומת זאת השידוך

$$w_1 - m_1, w_2 - m_3, w_3 - m_2$$

יציב שהרי $w_1 - m_1, w_3 - m_2$ קיבלו את העדפות הראשונות שלהם ולכן אף אחד מהם לא ישתף בזוג מערער ובפרט לא יהיה זוג מערער.

אלגוריתם למציאת שידוך יציב- חיזור הגברים

זהו אלגוריתם שבנוי משלבים וכל שלב מתחלק לשני חלקים. חלק ראשון הגברים הולכים לבית של ההעדפה הכי גבוהה שלהם שעדיין לא דחתה אותה. חלק שני כל אישה בודקת מי הגברים העומדים בפתח ביתה ואומרת להעדפה הכי גבוהה שלה להישאר ודוחה את כל השאר. זה נראה ככה:

◀ 1א: כל הגברים הולכים לבתים של ההעדפות הכי גבוהות שלהם (בהתחלה אף אחת לא דחתה אף אחד)

◀ 1ב: הנשים בודקות מבין הגברים שהגיעו לביתם (אם הגיעו) מי מהם הכי מועדף עליהן. המועדף עליהן נשאר בפתח ביתן וכל השאר נדחים חזרה לרחוב.

◀ 2א: הגברים שברחוב הולכים לבתים של ההעדפה השניה שלהם (ההעדפה הראשונה דחתה אותם אם הם ברחוב)

◀ 2ב: הנשים בודקות מבין הגברים שהגיעו אליהן (כולל אלו שכבר נמצאים) לפתח מי מהם הכי מועדף עליהן. המועדף עליהן נשאר בפתח ביתן וכל השאר נדחים חזרה לרחוב.

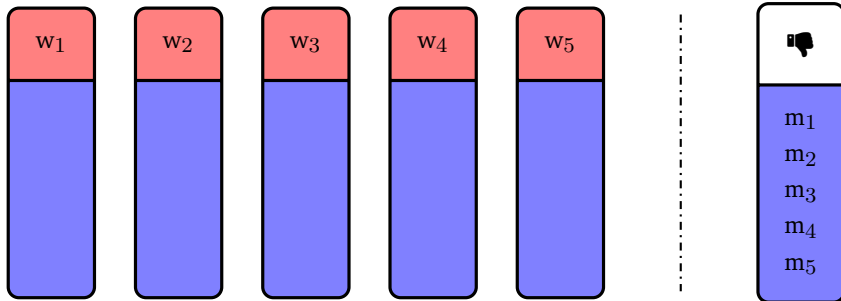
◀ 3א וכו' 3ב וכו' וכו'

הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5

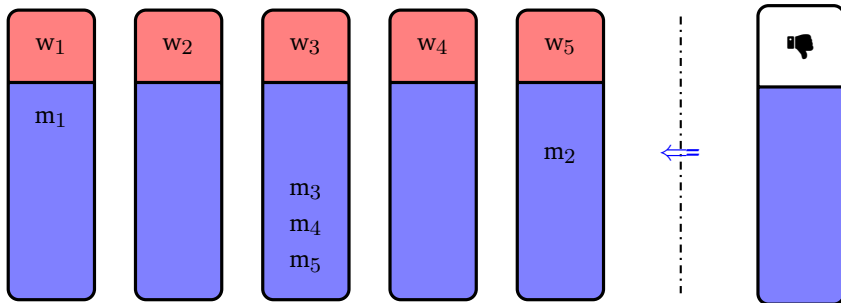
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



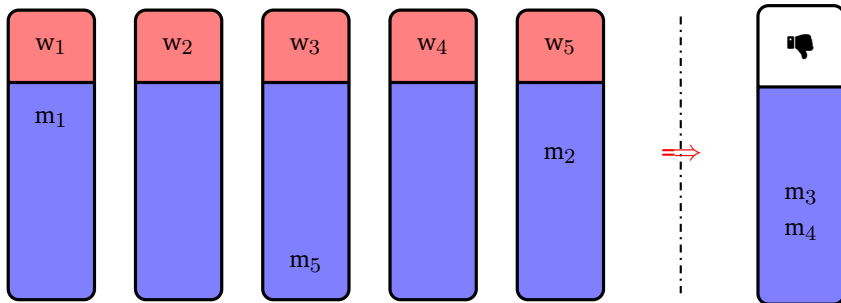
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



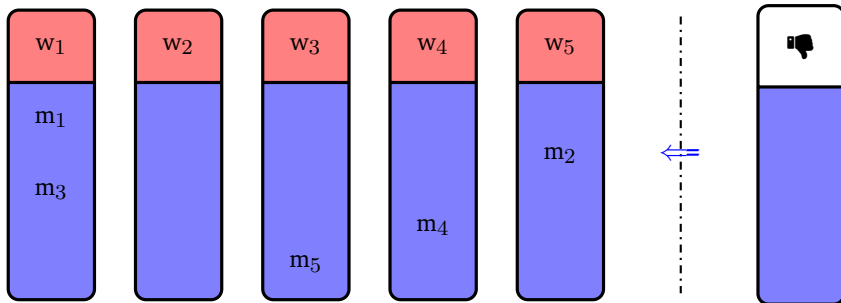
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



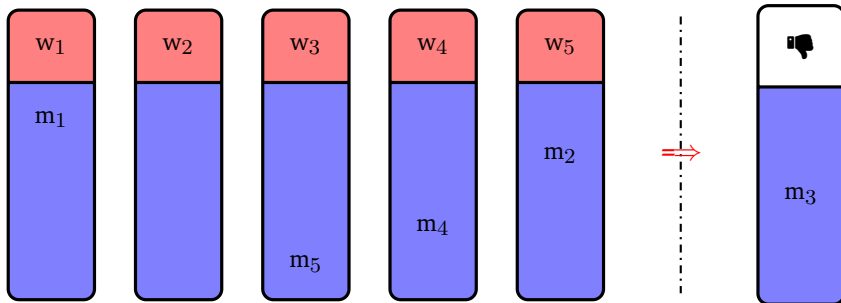
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



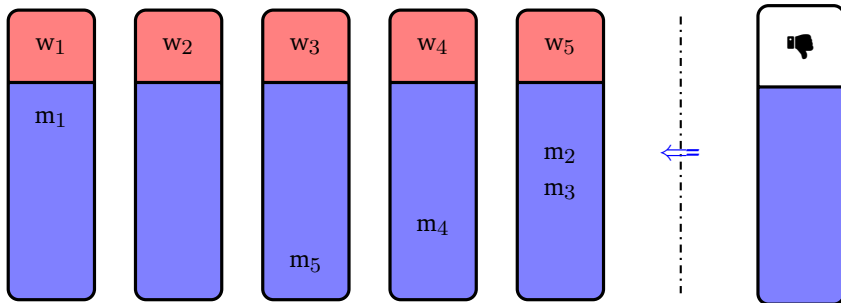
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



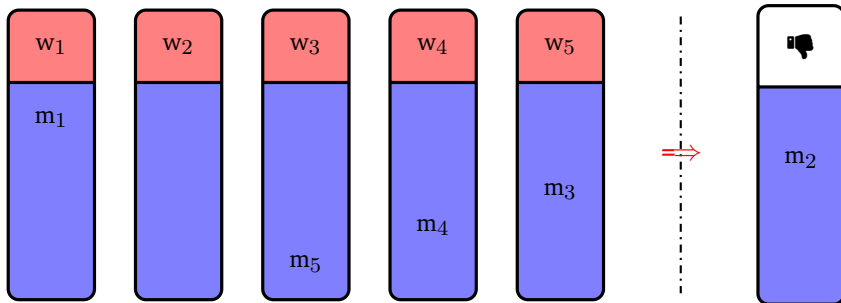
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



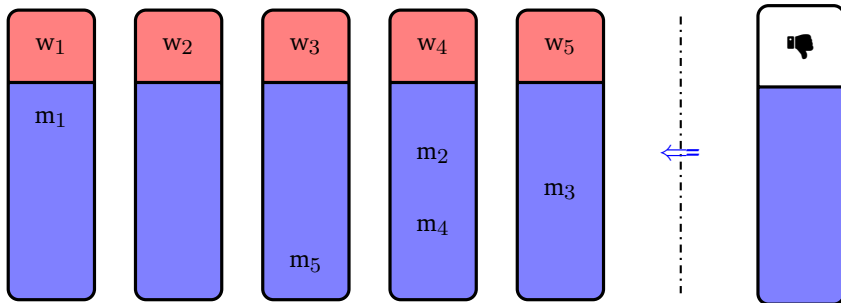
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



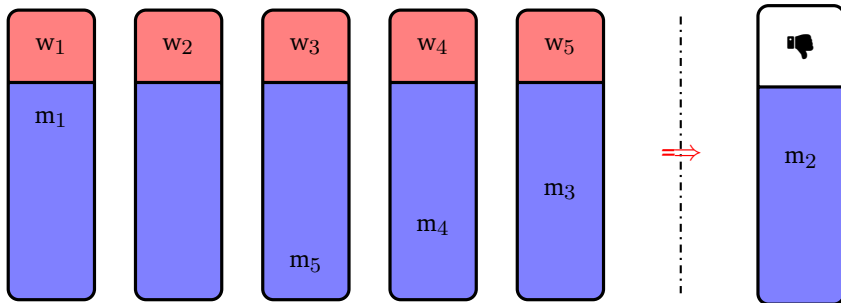
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	,	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2		m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



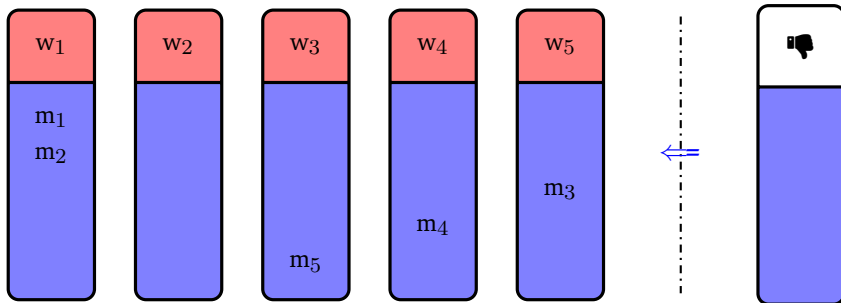
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



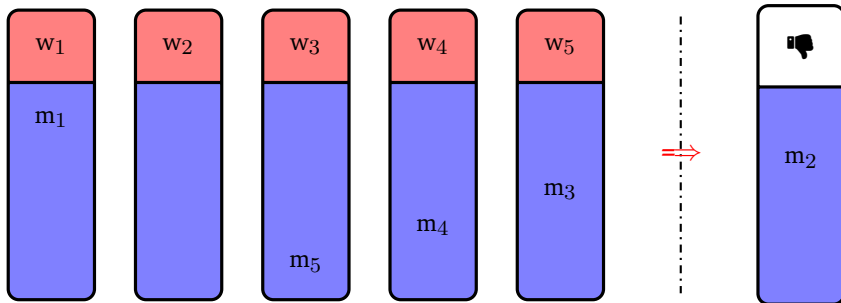
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



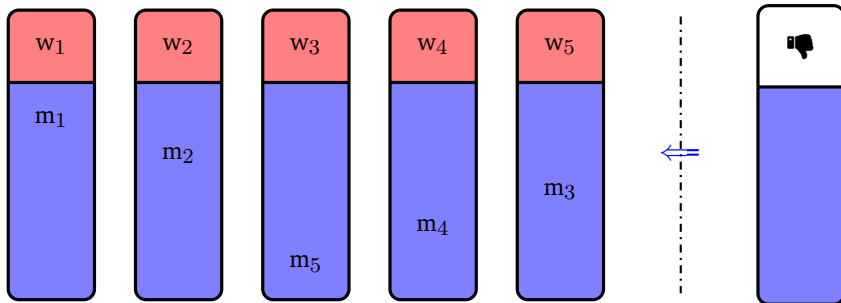
הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



הדגמת התהליך

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



התהליך עוצר:

כל אישה דוחה לכל היותר $n - 1$ גברים. לכן יתבצעו לכל היותר $n(n - 1)$ דחיות. ברגע שאין שום דחיה- לפני כל אישה עומד גבר אחד, והתהליך מסתיים. לכן התהליך יסתיים לאחר לכל היותר $n(n - 1) + 1$ צעדים. השידוך יציב:

ראשית נשים לב ל2 תכונות של שידוך "חיזור הגברים":

① במהלך האלגוריתם מצב הגברים "מתדרדר".

② במהלך האלגוריתם מצב הנשים "משתפר".

צריך להוכיח כי לכל שני זוגות משודכים

$$w_1 - m, w - m_1$$

כך ש $w_1 <^m w$ מתקיים כי $m <^w m_1$.

יהיו $w_1 - m, w - m_1$ כך ש $w_1 <^m w$ ונראה כי $m <^w m_1$.
אכן מכיוון ש $w_1 <^m w$ נובע כי m ביקר אצל w לפני שביקר אצל w_1 .
מאחר ובסוף התהליך w משודכת ל m_1 זה אומר ש $m <^w m_1$ מאחר ולאורך התהליך מצב הנשים משתפר.

האם יש שידוכים יציבים נוספים?

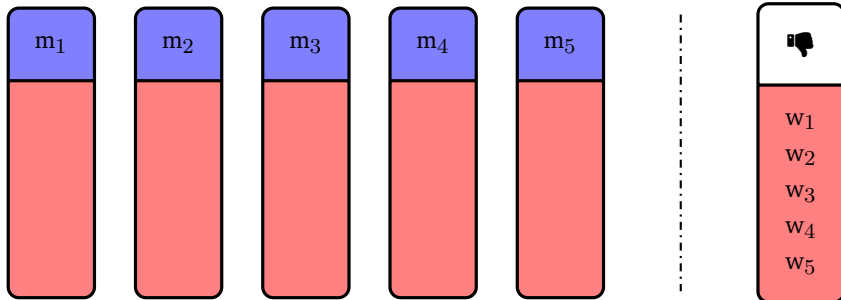
ניתן לעשות את התהליך המקביל שבו הנשים פונות לגברים.

הדגמת התהליך חיזור הנשים

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5

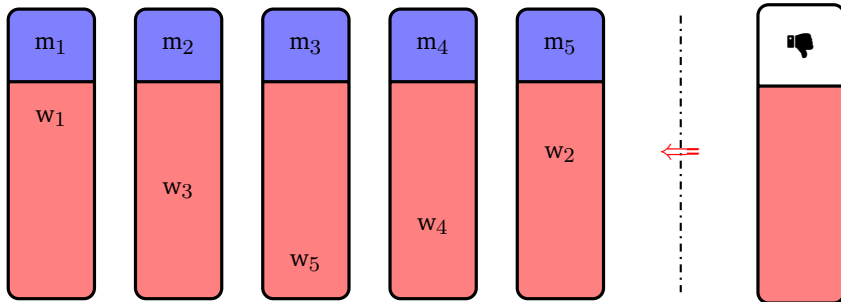
הדגמת התהליך חיזור הנשים

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅		M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3		m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1		m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	,	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3		m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5		m ₅	2	3	1	4	5



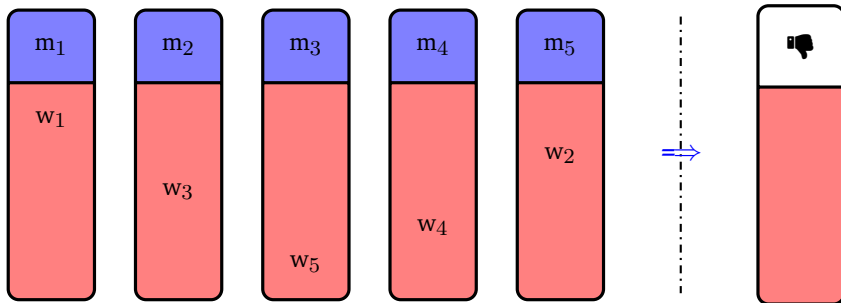
הדגמת התהליך חיזור הנשים

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



הדגמת התהליך חיזור הנשים

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	m ₅	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅
w ₁	1	4	5	2	3	m ₁	1	3	4	5	2
w ₂	2	4	5	3	1	m ₂	3	4	5	2	1
w ₃	5	1	4	3	2	m ₃	2	4	1	5	3
w ₄	5	4	2	1	3	m ₄	4	3	1	2	5
w ₅	3	4	1	2	5	m ₅	2	3	1	4	5



האם אילו שני השידוכים היחידים?

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄
w ₁	2	1	3	4	m ₁	1	2	3	4
w ₂	1	2	3	4	m ₂	2	1	3	4
w ₃	3	4	2	1	m ₃	3	4	1	2
w ₄	3	4	1	2	m ₄	3	4	2	1

הנה שידוכים יציבים:

A^1 : $m_1 - w_1, m_2 - w_2, m_3 - w_3, m_4 - w_4$ (חיזור הגברים) 

A^2 : $m_1 - w_2, m_2 - w_1, m_3 - w_3, m_4 - w_4$ 

A^3 : $m_1 - w_1, m_2 - w_2, m_3 - w_4, m_4 - w_3$ 

A^4 : $m_1 - w_2, m_1 - w_1, m_3 - w_4, m_4 - w_3$ (חיזור הנשים) 

נשים לב שעבור אדם מסויים, יכול להיות שידוך יציב (A) שיותר טוב לו (או שווה) משידוך אחר (B). זה קורה אם בן/בת הזוג שהוא מקבל ב A מדורג אצלו במיקום גבוה יותר (או שווה) לשידוך שהוא מקבל ב B. הגדרה: יהיו A, B שני שידוכים. נסמן $A \succeq^M B$ אם לכל גבר m מתקיים כי בת הזוג שלו ב A מועדפת (או שווה) עליו מבת הזוג שלו ב B. הערה: זהו אכן יחס סדר.

טענה: עבור יחס הסדר לעיל, אוסף השידוכים היציבים הוא שריג.
הגדרה: יהיו A, B שידוכים יציבים. נגדיר את $A \vee^M B$ להיות השידוך הבא:
כל גבר $m \in M$ יותאם להעדפה הגבוהה יותר מבין בת הזוג שלו ב A ובת
הזוג שלו ב B .
טענה: $A \vee^M B \geq^M A, B$ ובפרט $A \vee^M B \geq^M A, B$.

W	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	M	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄
w ₁	2	1	3	4	m ₁	1	2	3	4
w ₂	1	2	3	4	m ₂	2	1	3	4
w ₃	3	4	2	1	m ₃	3	4	1	2
w ₄	3	4	1	2	m ₄	3	4	2	1

והנה שידוכים יציבים:

$A^2: m_1 - w_2, m_2 - w_1, m_3 - w_3, m_4 - w_4$ 

$A^3: m_1 - w_1, m_2 - w_2, m_3 - w_4, m_4 - w_3$ 

השידוך $A^2 \vee^M A^3$ הוא השידוך 

$m_1 - w_1, m_2 - w_2, m_3 - w_3, m_4 - w_4$

$A \vee^M B$ הוא אכן שידוך

נראה שההתאמה של $A \vee^M B$ חח"ע. אחרת, קיימים $m_1, m_2 \in M$ שונים כך ש m_1 וגם m_2 מותאמים ל w . נניח בה"כ $m_1 -^A w$ ו $m_2 -^B w$. נסמן את השידוכים הנוספים ע"י $m_1 -^B w'$, $m_2 -^A w'$ (ולכן $(m_1 : w \geq w'', m_2 : w \geq w')$

◀ מכיוון ש A שידוך יציב ו $m_2 -^A w'$, $w \geq^{m_2} w'$, נקבל כי w מעדיפה את m_1 על פני m_2 . מכיון ש m_1 הוא בן הזוג שלה נקבל כי $m_1 \geq^w m_2$.

◀ מכיוון ש B שידוך יציב ו $m_1 -^B w''$, $w \geq^{m_1} w''$, נקבל כי w מעדיפה את m_2 על פני m_1 . מכיון ש m_2 הוא בן הזוג שלה, נקבל כי $m_2 \geq^w m_1$.

מכיוון שדירוג העדפות של w הוא יחס סדר נקבל כי $m_1 = m_2$ בסתירה להנחה.

נניח ש $m - w_1$ ו $w - m_1$ הם זוג מערער. אם שניהם באים מאותו שידוך- כמובן שמתקבלת סתירה. נניח בה"כ

$$m -^A w_1, w -^B m_1$$

אז

$$m -^B w_2$$

ו

$$w_2 \leq^m w_1$$

m מעדיף את w על פני w_1 ולכן גם על פני w_2 . ו w מעדיפה את m על פני m_1 , בסתירה ליציבות של B .

חיזור הגברים הוא מקסימום

משפט: חיזור הגברים הוא איבר מקסימום באוסף השידוכים היציבים.
הוכחה: יהי O_1 שידוך חיזור הגברים ו O_2 שידוך אחר. נניח שיש גבר שקיבל ב O_2 בחירה יותר גבוהה. כלומר, קיים גבר m שעבר אצל אישה w בתהליך חיזור הגברים, ונדחה. אבל ב O_2 m ו w משודכים. ניקח את הגבר "הראשון" שעבורו זה קרה. הראשון מאיזה בחינה? בתהליך חיזור הגברים, זאת הפעם הראשונה שהתבצעה דחיה של גבר, ש O_2 קיבל את אותה משודכת. (יכול להיות שהיו כמה דחיות במקביל, אבל זה הצעד הראשון בתהליך החיזור שבו זה קרה).
יהי m' הבחור שבשבילו w דחתה את m באותו שלב בחיזור הגברים. אז w מעדיפה את m' על פני m . אבל O_2 שידוך יציב. זה אומר ש m' מעדיף את בת הזוג שלו על פני w . כלומר, בחיזור הגברים, m' הלך לבת הזוג שלו לפני שהוא הלך ל w . אז למה הוא הגיע בסוף ל w ? כי הוא נדחה מבת הזוג שלו. הדחיה הזאת התבצעה לפני הדחיה של m . סתירה!

מה לגבי הנשים?

טענה: אם O הוא חיזור אידיאלי לגברים, הוא הגרוע ביותר לנשים הוכחה: נניח ש' O הוא שידוך אחר שבו w מקבלת את m' כאשר O היא קיבלה את m . נניח בשלילה ש' w מעדיפה את m על פני m' . ראינו שבכל שידוך שהוא לא O , m מקבל מישהי קטנה שווה ממך שהוא קיבל ב' O . כלומר, m מעדיף את w על פני השידוך שלו ב' O . אז השידוך לא יציב, סתירה.

חיזור הנשים הוא הגרוע ביותר לגברים.
מסקנה: תמיד עדיף להיות יוזם!

מניפולציות

W	m ₁	m ₂	m ₃		M	w ₁	w ₂	w ₃
w ₁	2	3	1	,	m ₁	1	2	3
w ₂	1	3	2		m ₂	1	3	2
w ₃	2	1	3		m ₃	2	1	3

בשידוך חיזור הגברים נקבל כי

	w ₁	w ₂	w ₃	Street
1a	m ₁ (1), m ₂ (1)	m ₃ (1)		
1b	m ₁ (1)	m ₃ (1)		m ₂ (1)
2a	m ₁ (1)	m ₃ (1)	m ₂ (2)	

ולכן

$$m_1 - w_1, m_2 - w_3, m_3 - w_2$$

כעת נסתכל מה היה קורה אם w_1 היתה משנה את דירוג העדפות שלה:

W	m_1	m_2	m_3		M	w_1	w_2	w_3
$\hat{w}_1$	3	2	1	,	m_1	1	2	3
w_2	1	3	2		m_2	1	3	2
w_3	2	1	3		m_3	2	1	3

אזי בשידוך חיזור הגברים היינו מקבלים (בדקו!)

$$m_1 - w_2, m_2 - w_3, m_3 - w_1$$

. כלומר w_1 שודכה ל m_3 במקום ל m_1 . כלומר שיפרה את השידוך שלה!

שידוך רב ערכי

בחזרה למוטיבציה שפתחנו בה- בעיית שיבוצי המתמחים לבתי חולים. בבעיה זאת, בתי החולים רוצים לקלוט כמה מתמחים וכל מתמחה רוצה להתקבל לבית חולים אחד. הנה מודל הבעיה בצורה פורמלית: בעיית שידוכים רב ערכית מאופינת ע"י:

◀ קבוצה סופית של בתי חולים H וקבוצת מתמחים S . לכל מתמחה $s \in S$ יש דירוג העדפות על U ולכל בית חולים $h \in H$ יש דירוג העדפות על S . בנוסף:

◀ כל בית חולים $h \in H$ רוצה לקלוט לכל היותר $q_h \in \mathbb{N}$ מתמחים.

◀ שידוך בבעיה זאת היא התאמה לכל בית חולים h תת קבוצה T של S . בנוסף, לכל $h_1, h_2 \in H$ שונים מתקיים שתתי הקבוצות המתאימים להם T_1, T_2 זרות. כלומר אין מתמחה שמשובץ לשתי בתי חולים.

הגדרה: נאמר ש $h \in H$ ו $s \in S$ מערערים על שידוך אם שני התנאים הבאים מתקיימים:

▶ s מעדיף את h על פני בית החולים שהותאם לו.

▶ לבית החולים h הותאמו פחות מ q_h מתמחים (כלומר יש לו מקום לקלוט את s) או שהותאמו לו q_h מתמחים אבל אחד מהם בעדיפות נמוכה יותר משל s .

שידוך יקרא יציב אם אין h ו s שמערערים עליו.

משפט: גם פה אם נבצע שידוך ע"י חיזור הסטודנטים נקבל שידוך יציב.
במפורש: האלגוריתם מתבצע בשלבים כאשר בכל שלב שני תתי שלבים.
תת שלב ראשון: כל מתמחה s ילך לבית החולים עם העדיפות הכי גבוה
שלא דחו אותו עד כה. תת שלב שני: כל בית חולים h ישאיר את q_h
המתמחים שבאו אליו וידחה את כל השאר.

דוגמא

H	s ₁	s ₂	s ₃	s ₄	s ₅	s ₆		S	h ₁	h ₂	h ₃
h ₁ (2)	2	6	3	4	5	1	,	s ₁	1	3	2
h ₂ (2)	1	3	6	4	5	2		s ₂	1	2	3
h ₃ (3)	2	1	4	5	6	3		s ₃	2	1	3
								s ₄	2	3	1
								s ₅	3	2	1
								s ₆	1	2	3

אזי חיזור המתמחים יראה כך:

	h ₁	h ₂	h ₃	Street
1a	s ₁ (1), s ₂ (1), s ₆ (1)	s ₃ (1), s ₄ (1)	s ₅ (1)	
1b	s ₁ (1), s ₆ (1)	s ₃ (1), s ₄ (1)	s ₅ (1)	s ₂ (1)
2a	s ₁ (1), s ₆ (1)	s ₃ (1), s ₄ (1)s ₂ (2)	s ₅ (1)	
2b	s ₁ (1), s ₆ (1)	s ₄ (1)s ₂ (2)	s ₅ (1)	s ₃ (1)
3a	s ₁ (1), s ₆ (1), s ₃ (2)	s ₄ (1)s ₂ (2)	s ₅ (1)	
3b	s ₁ (1), s ₆ (1)	s ₄ (1)s ₂ (2)	s ₅ (1)	s ₃ (2)
4a	s ₁ (1), s ₆ (1)	s ₄ (1)s ₂ (2)	s ₅ (1), s ₃ (2)	

ולכן השידוך היציב המתקבל הוא

$$h_1 - \{s_1, s_6\}, h_2 - \{s_2, s_4\}, h_3 - \{s_3, s_5\}$$