

שאלה

אב ובנו רוכבים זה לצד זה על קורקינטים מכאניים במדרון משופע בעל זווית קבועה α . הם אינם מדוושים אך על הרוכבים פועלים כוח הכובד mg , כוח נורמלי N וחיכוך הנוצר מגלגול עם הכביש $f_r = \mu_r N$ כאשר μ_r הוא מקדם חיכוך. התנגדות האוויר מול הרוכבים נתונה ע"י הביטוי $F_D = kv^2$ כאשר k קבוע ו- v היא מהירות הרוכב. בשלב מסוים מגיעים האב ובנו למהירות גבולית ובה ימשיכו לנוע במהירות קבועה.

א. בהנחה שמסות הקורקינטים של האב והבן הינם 20 ק"ג ו- 10 ק"ג בהתאמה, מסות האב והבן הינם 80 ו- 40 ק"ג בהתאמה, מהו יחס המהירויות הגבוליות של האב והבן?
ב. בהנחה שהבן ירכוב בדיוק מאחורי האב, במרחק שואף ל- 0.0 – האם מהירותו תגדל או תקטן?

ג. בהנחה ש- k תלוי במסה, מה צריכה להיות התלות כך שמהירויות הרוכבים תהיינה זהות?

תשובה

בסעיף א'

עבור כל רוכב, במצב הקבוע:

$$\begin{aligned} N &= mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow f_r = \mu_r mg \cdot \cos \alpha \Rightarrow \\ \mu_r mg \cdot \cos \alpha + kv^2 &= mg \cdot \sin \alpha \Rightarrow v = \sqrt{\frac{mg \cdot \sin \alpha - \mu_r mg \cdot \cos \alpha}{k}} \\ &= \sqrt{m} \cdot \sqrt{\frac{g}{k} \cdot (\sin \alpha - \mu_r \cdot \cos \alpha)} \end{aligned}$$

היות שרק המסות שונות, אם נציב בהתאמה (100 ק"ג לאב וקורקינטו, 50 לבן) - נקבל יחס של $\sqrt{2}$

בסעיף ב' – האב ובנו אינם רוכבים זה לצד זה.

ב. בהנחה שהבן ירכוב בדיוק מאחורי האב, במרחק שואף ל- 0.0 – האם מהירותו תגדל או תקטן?

המהירות תגדל.

התנגדות האויר תושפע מהימצאות האב לפי הבן. האב יתמודד עם התנגדות האויר "המלאה". התנגדות האויר לבן תקטן ולכן לפי הביטוי בסעיף א', המהירות תגדל.

בסעיף ג' – האב ובנו רוכבים זה לצד זה. k אינו קבוע.

ג. בהנחה שערכו של k תלוי במסה בלבד, מה צריך להיות היחס בין הערכים k ו- m כך שמהירויות הרוכבים תהיינה זהות?

אם נוציא את k מחוץ לסוגריים (בביטוי שקיבלנו בסעיף א') נקבל:

$$\sqrt{m/k(m)} \cdot \sqrt{g \cdot (\sin \alpha - \mu_r \cdot \cos \alpha)}$$

כלומר, במידה וערכו של k יהיה מכפלה ממעלה ראשונה של m [מהצורה $k = A \cdot m$], נקבל ביטוי למהירות הגבולית שאינו תלוי במסה, ומהירויות הבן והאב תהיינה זהות.