

הצפנת המזרח

נח דנה פיקארד

למדנו בבית הספר היסודי כי המרחק הקצר בין שתי נקודות הוא הקו הישר. משפט מתמטי נחמד מאוד. לרובנו הוא נראה נכון בחיי היום יום, אבל ישנם אנשים שהוא מציב לפנייהם מספר לא מבוטל של בעיות.

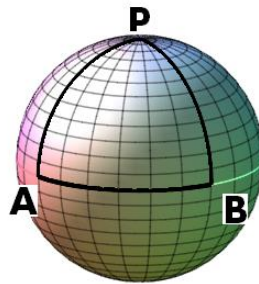
קודם כל, המושגים של קו ישר ושל מרחק הם שני דברים שונים, לכן הניסוח הנ"ל בעייתי. קו ישר הוא אובייקט גיאומטרי, בעוד המרחק בין נקודות הוא מספר. יעם זאת, ש נושאים אחרים על שולחנו.

כל עוד מדובר בשאלה של חיבור בין שתי נקודות באיזור מישורי כמו שדה חופשי של גדרות, עצים ומבנים, ניתן למדוד את המרחק בין נקודה אחת לשנייה בקו ישר. זה מה שתלמידים עשום כאשר הם מודדים מרחק בין שתי נקודות על דף העבודה שלהם, בעזרת הסרגל שקנו בחנות למכשירי כתיבה.

אם רוצים למדוד את המרחק בין שתי ערים רחוקות, הסיפור הוא שונה. אדם השואל את מכשיר ה-GPS שלו מה הדרך ומה המרחק למקום מסוים, מקבל בדרך כלל תשובה המציינת מרחק קטן יותר מאשר מה שמופיע אח"כ על המסך לאחר אישור שאכן המקום המבוקש זוהה. בהתחלה המכשיר נותן מרחק ב"קו אווירי", אחר כך הוא מציין את המרחק דרך הכבישים שה-GPS מציע. מד מרחק של מכונית לא מודד אורך של קו ישר (חוץ אולי מאשר בכביש הסרגל, בגליל התחתון). פעם היו מודדים אורך של כביש ע"י מכשיר ידני המורכב מגלגל ומוט. המכשיר ספר סיבובי הגלגל והכפיל בהיקף הגלגל. היום יש שיטות מודרניות יותר.

מה קורה כאשר מדובר במרחק טיסה? מוסכם כי כוכב הלכת שלנו הוא כדור. הדבר לא לגמרי נכון, כי כוכב הלכת שלנו קצת שטוח בקוטב הצפוני ובקוטב הדרומי, יש גם הרים, עמקים ותהומות. אבל לצורך המאמר הזה, נסתפק בקירוב זה: הארץ היא כדור.

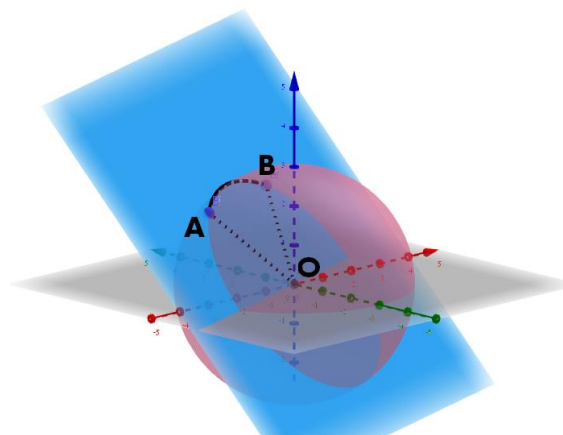
הגיאומטריה שאנו מכירים על מישור איננה ישימה על פני כדור. כאן נדבר על גיאומטריה כדורית (spherical geometry). נדגים הבדל חשוב אחד בין הגיאומטריה הזאת לבין גיאומטריית המישור שאנו מכירים, בעזרת דוגמא פשוטה. עדיין בבית הספר היסודי, למדנו שסכום הזוויות של משולש הוא 180 מעלות. עכשיו בואו נסתכל על כדור.



איור 1: משולש עם שלוש זוויות ישרות

נתחיל בנסיעה מהקוטב הצפוני (נקודה P) כמובן דרומה, אי אפשר אחרת. כשמגיעים לקו המשווה (נקודה A), פונים מזרחה (שמאלה פנה!) בזווית של 90 מעלות. לאחר רבע סיבוב על קו המשווה (כ-10,000 ק"מ), אנו מגיעים לנקודה B שבה אנו פונים צפונה (שוב שמאלה פנה, בזווית של 90 מעלות). הגענו לקוטב הצפוני סוגרת את המשולש PAB. סכום הזוויות של המשולש PAB הוא 270 מעלות! אכן תוצאה מפתיעה, שונה ממה שאנו רגילים.

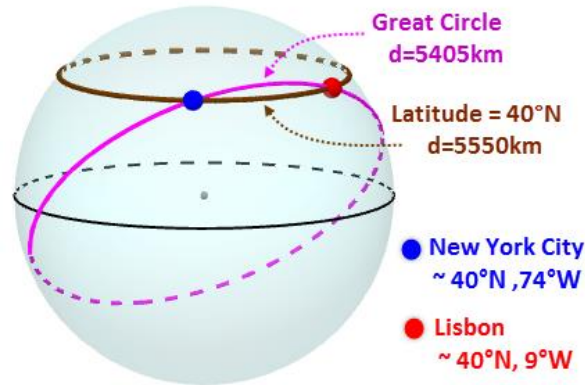
עכשיו נחזור לשאלתנו המקורית, מהו המרחק הקצר ביותר מנקודה אחת לנקודה אחרת על פני כדור? התשובה היא שעל כדור המרחק הקצר ביותר בין שתי נקודות נמדד על קשת של מעגל גדול. מהו מעגל גדול? דרך שתי נקודות שונות (A ו-B באיור 2) על הכדור עובר מעגל אחד שמרכזו הוא מרכז הכדור (הנקודה O באיור 2): הוא החיתוך של הכדור (בורוד) עם המישור (בצבע תכלת) העובר דרך הנקודות O, A, B.



איור 2: בניית מעגל גדול

על פני כדור הארץ, קו המשווה ואת המרידיאנים הם מעגלים גדולים. ככה מגדירים את מסלול

הטיסה מעיר לעיר רחוקה. לדוגמא (איור 3) ניו יורק וליסבון הן כמעט באותו קו רוחב. בתמונה הבאה נבחין בהבדל בין המרחקים אם טסים על המעגל הגדול או "דוך" מזרחה מניו יורק¹.



איור 3: השוואת שני מסלולים

מסלול התעופה LAX-TLV (תל אביב ללוס אנג'לס, וכן להיפך – איור 4) עובר מעל נורבגיה, גרינלנד וצפון קנדה². בין המעגל הגדול לבין טיסה מערבה כל הזמן, ההבדל הוא כמעט 3000 ק"מ! עבור הקו הקצר ביותר, המטוס ימריאחזרה מלוס אנג'לס בכוון צפון-צפון-מזרח (כ-24 מעלות מזרחה לצפון המגנטי), לא מזרחה.



איור 4: קו תעופה

המשנה (מס' ברכות פרק ד') מנחה את העומד להתפלל לאיזה כוון הוא צריך לפנות. התוספתא (ברכות ג, טז) מפרטת מצבים שונים, בהתאם למקום המצאו של המתפלל. בארץ אנו יודעים שיש

¹ מקור התמונה: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiki_great_circle.png
² התמונה הבאה התקבלה בעזרת האתר [Great Circle Mapper](https://www.greatcirclemapper.com/).

לפנות לכוון ירושלים. אם עומדים בירושלים, אז פונים לכוון הר הבית. אם נמצאים בהר הבית, פונים לבית קדשי הקדשים. אומרת התוספתא: "היה עומד בחוצה לארץ, יכוין את לבו כנגד ארץ ישראל". הכל טוב ויפה, אבל מהו הכוון?

לפי מה שהסברנו לעיל כוון ירושלים הוא לפי המעגל הגדול העובר דרך שתי נקודות ספציפיות: ירושלים ומקומו של המתפלל. בגדול, אבל בקירוב די גס, היו רגילים באירופה להתפלל לכוון מזרח, אם כי פנייה מזרחה מפריז מביאה לרוסיה, לא כ"כ לישראל ולירושלים. מי שביקר במצדה ראה שבית הכנסת שם מכוון צפונה, כי ירושלים מצפון למצדה. בזמן התפילה בלוס אנג'לס, לאן לפנות? ככל הנראה צפון-צפון-מזרח!³

יש היום אפליקציות סמארטפון חינמיות המכילות "מצפן תפילה". המצפן הזה משתמש בנתוני GPS ומחשב את הכוון לירושלים לפי קשת של מעגל גדול. כך בכל מקום ובכל זמן אפשר לפנות לכוון הנכון לירושלים ולהר הבית.

ומעל לכל, יש לכוון את לבנו לאבינו שבשמים.

<http://www.jct.ac.il/cemj>

³ כותב שורות אלה איננו מתכוון לפסוק הלכה. עם זאת הוא בדק את העניין עם פוסק בירושלים.